



Thème 01

Présentation révisions

Lecture :

Fundamentals Of Corporate Finance

Chapitres 1, 2, 5, 6 et 14



Thème 01B

Évaluation des Flux Monétaires & Mathématiques Financières

Lecture :

Fundamentals Of Corporate Finance

Chapitres 5 et 6 (jusqu'à 145)

La Valeur temporelle de l'argent

- Introduction
- Valeur capitalisée et intérêts composés
- Valeur actualisée
- Annuités

La Valeur temporelle de l'argent

- **Le principe :**

- Un dollar vaut plus aujourd'hui dans vos poches qu'un dollar promis plus tard.
 - Et vice versa, mieux vaut payer vos dettes plus tard que maintenant.
- **Pourquoi ?** parce que l'argent peut être placé aujourd'hui et vous pouvez alors gagner de l'intérêt sur ce placement.

La Valeur temporelle de l'argent

- **Le Processus :**

- Calculer les flux dans la même unité; le dollar canadien si vous résidez au Canada
- Évaluer aujourd'hui les flux monétaires reçus ou dépensés et les fixer dans le temps
- Estimer le taux auquel vous pouvez placer ou emprunter durant cette période : votre coût du capital ou votre coût d'opportunité
- Actualiser les flux monétaires futurs pour obtenir leur valeur aujourd'hui et prendre votre décision.

Valeur capitalisée et intérêts composés

- **L'intérêt composé :**

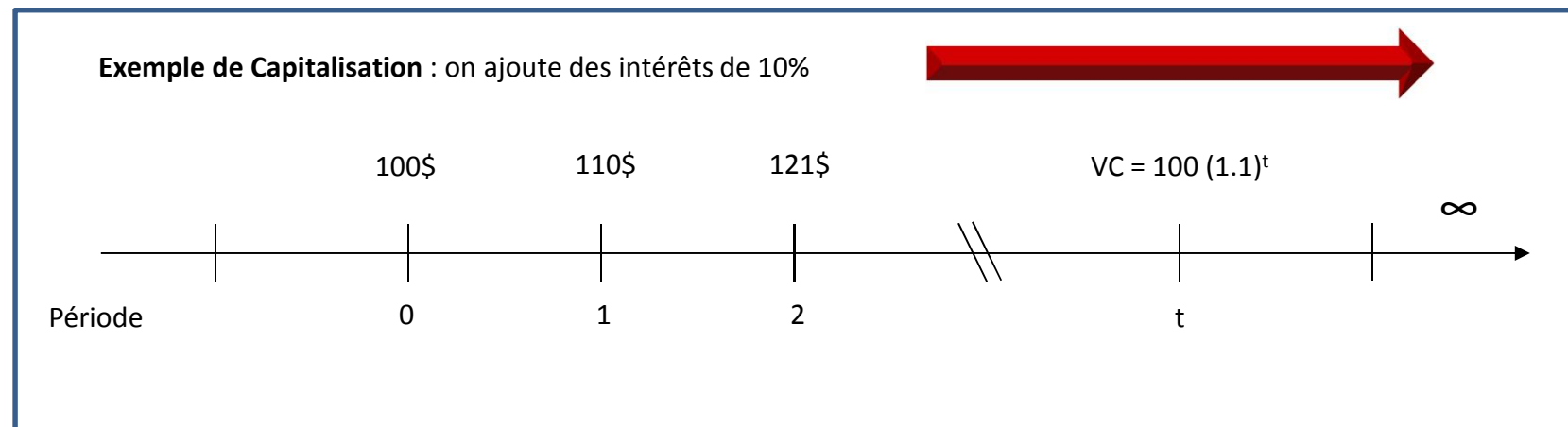
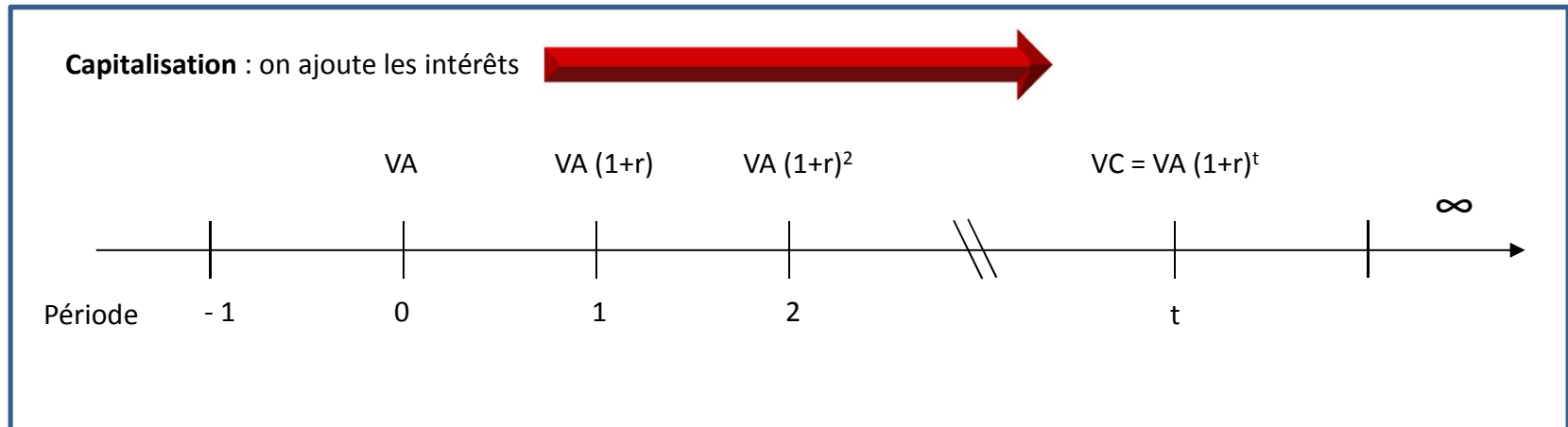
- Notations :

- **VC ou VF (FV)** : La valeur capitalisée ou future, correspond à la valeur d'un investissement après une ou plusieurs périodes (Future Value).
 - **VA ou VP (PV)** : Le capital initial ou le montant d'argent placé ou emprunté : valeur actuelle ou présente (Present value)
 - **r** : Le taux **d'intérêt** par période.
 - **t** : Le nombre de périodes (ou la durée ou l'échéance du placement ou de l'emprunt).

- L'équation : **$VC = VA (1 + r)^t$**

Valeur capitalisée et intérêts composés

- **L'intérêt composé en flux:**



Valeur capitalisée et intérêts composés

- **Exemples d'intérêts composés :**

- Votre belle-mère vous prête 10 000\$ pour 3 ans, comme elle vous adore, elle accepte un taux de 12% et un remboursement total à la fin. Combien lui rembourseriez-vous la dernière année?
 - Remboursement à la fin de l'année 3 : 14 049.28\$
- Combien aurai-je dans 20 ans pour mon départ à la retraite si je place aujourd'hui 100 000\$ dans un compte rémunéré à 5%
 - Au bout de 20 ans, vous recevrez avant impôt :
265 329.77\$

Valeur actualisée

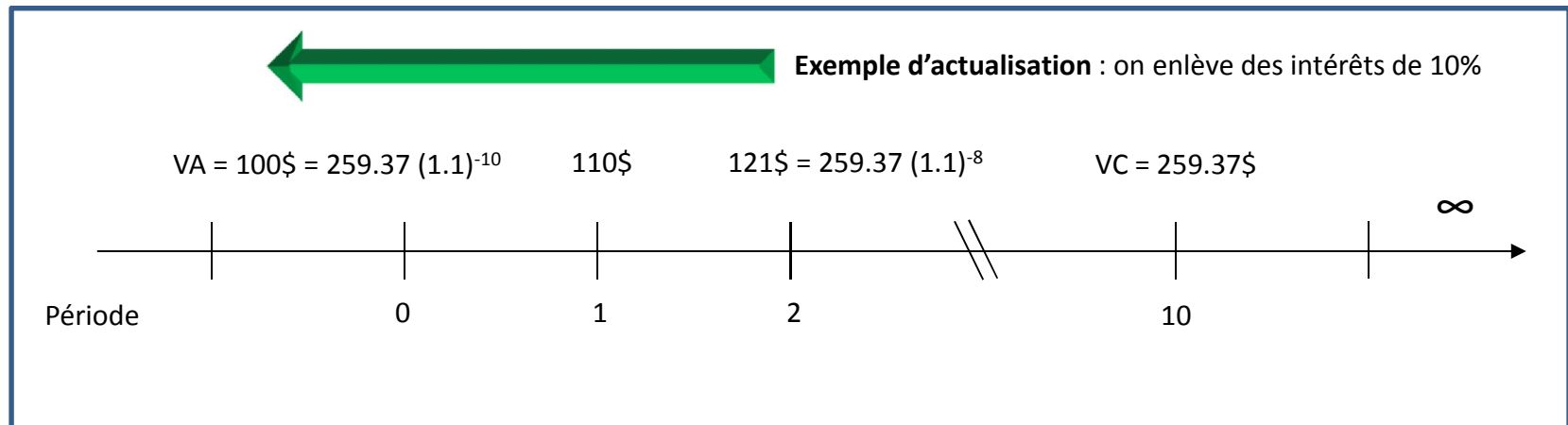
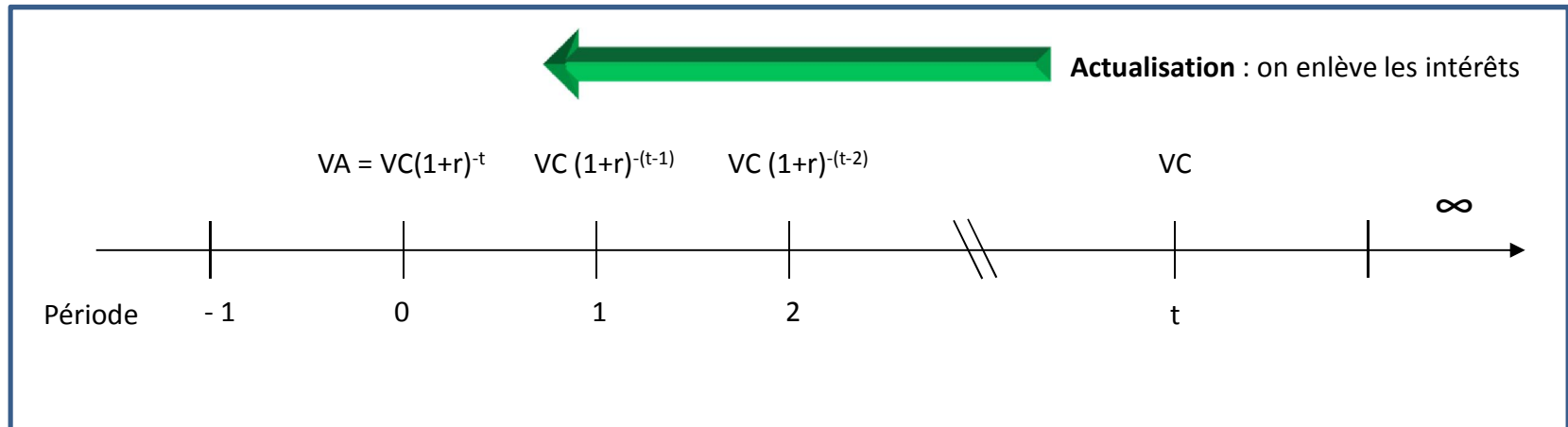
- **La valeur actualisée (VA) :**
 - L'équation de la valeur actualisée d'un montant futur:

$$VA = VC / (1 + r)^t = VC (1+r)^{-t}$$

- Remarques Valeur actualisée:
 - Au fur et à mesure que le nombre de période augmente, la VA baisse.
 - Donc, lorsque « t » tend vers l'infini, la VA tend vers 0.
 - Plus le taux d'actualisation est élevé, plus la VA est faible.
 - Donc, la VA et le taux d'actualisation sont en relation inverse

Valeur actualisée

- L'actualisation en flux:



Valeur actualisée

- **Exemples Valeur actualisée:**
 - Combien faudrait-il placer aujourd'hui dans un compte d'épargne qui offre du 5% annuel pour recevoir 650 000\$
 - Dans 10 ans?
 - » 399 046\$
 - Dans 20 ans?
 - » 244 978\$
 - Dans 35 ans?
 - » 117 838\$

Valeur actualisée

- **La VA à partir de la VC**

- L'équation de la valeur *capitalisée* : $VC = VA (1 + r)^t$
- L'équation de la valeur *actualisée*: $VA = VC / (1 + r)^t$
- On appelle facteur de capitalisation le coefficient $(1+r)^t$
- On appelle facteur d'actualisation le coefficient $1/(1+r)^t$ ou $(1+r)^{-t}$

- Donc à partir de l'équation $VC = VA (1+r)^t$, on peut trouver n'importe quelle variable si on connaît les 3 autres.

Valeur actualisée

- **Détermination du taux r :**

- Exemple : À quel taux annuel minimum devez-vous placer 25 000\$ aujourd'hui pour recevoir 50 000\$ dans 10 ans?

- $VC = VA (1 + r)^t$
 - $50\,000 = 25\,000 (1+r)^{10}$
 - $50\,000/25\,000 = (1+r)^{10}$
 - $2^{1/10} = 1+r$
 - $r = 1.07177 - 1 = 0.0717$, soit 7.17%
 - N'oubliez pas le -1, sinon vous obtenez 107%...
 - Sinon, avec la calculatrice financière, voir le livre pour les procédures

Valeur actualisée

- **Détermination du nombre de période t:**
 - Exemple : combien de temps devez-vous attendre pour recevoir au moins 100 000\$ si vous venez de placer 50 000\$ à 4% annuel garanti?
 - $VC = VA (1 + r)^t$
 - $100\ 000 = 50\ 000 (1.04)^t$
 - $100\ 000 / 50\ 000 = (1.04)^t$
 - $\ln 2 = \ln (1.04)^t \rightarrow \ln 2 = t \ln (1.04)$
 - $\ln 2 / \ln 1.04 = t$
 - $t = 17.67 \text{ ans}$
 - Sinon, avec la calculatrice financière, voir le livre pour les procédures

Annuités

- **Les annuités**
- Plutôt que de recevoir (ou de verser) un seul montant à la fin (valeur finale) ou au début (valeur actuelle) d'une période, il arrive que l'on doive effectuer plusieurs versements.
 - Exemple : Rembourser un emprunt sur plusieurs versements mensuels plutôt qu'un seul à la fin de la période d'emprunt. La même chose peut se faire dans le but d'atteindre un certain montant de placement. Dans le langage financier, ces versements mensuels prennent le nom de périodicités ou d'annuités.
- **Définition :**
 - Série de versements de montants égaux à des intervalles de temps égaux pendant une période de temps prédéterminée.

Annuités

- **Les annuités (suite)**

Type d'annuités	Fréquence des flux monétaires
Mensuelle	12 x par an
Trimestrielle	4 x par an
Semestrielle	2 x par an
Annuelle	1 x par an
Perpétuelle	une des précédentes, jusqu'à la fin des temps

- Habituellement, les annuités sont versées à la fin des périodes (annuités standards ou de fin de période). Toutefois, il existe aussi des annuités qui sont versées au début des périodes (annuités précoces ou de début de période).

Annuités

- Les annuités (suite)

La classification des annuités :
1. D'après la coïncidence des périodes de versements et de capitalisations : a) Les <i>annuités simples</i> : lorsque la période de capitalisation des intérêts (i.e. le nombre de fois dans l'année où les intérêts sont capitalisés) coïncide avec la période des versements ($m = v$). b) Les <i>annuités générales</i> : lorsque la période de capitalisation des intérêts ne coïncide pas avec la période des versements (exemple : les hypothèques).
2. D'après le versement ou terme de l'annuité a) Les <i>annuités constantes</i> : les versements sont égaux entre eux. b) Les <i>annuités variables</i> : les versements sont irréguliers ou inégaux entre eux.
3. D'après le nombre de versements ou termes : a) Les <i>annuités certaines</i> : le nombre de versements est déterminé à l'avance. b) Les <i>annuités viagères</i> : les termes sont payables durant la vie d'une personne de telle sorte qu'ils cessent à une époque bien définie, mais inconnue à l'avance. c) Les <i>annuités perpétuelles</i> : le nombre de versements est illimité.
4. D'après le moment où se fait le versement : a) Les <i>annuités de fin de période</i> . b) Les <i>annuités de début de période</i> . c) Les <i>annuités différées</i> .

Annuités

- **Les annuités – Notation**

- VC_t : La valeur capitalisée (accumulée) au moment «t».
- VA_t : La valeur actualisée au moment «t» ou le capital initial investi au moment «t».
- r : Le taux d'intérêt effectif par période.
- t : Le nombre de périodes de versement des intérêts (en contexte d'un versement unique)
- t : également le nombre de versements de l'annuité (en contexte d'annuité)
- c : Flux monétaire constant d'une série de flux qui sont versés à intervalles réguliers (i.e. L'annuité).
- g : Taux de croissance du flux monétaire (i.e. de l'annuité)

- **Conventions**

- En contexte d'annuité, **les flux monétaires sont toujours de fins de périodes**, sauf si indication contraire
- Si la fréquence de capitalisation des intérêts n'est pas spécifiée, considérer que le taux est effectif annuel

Annuités

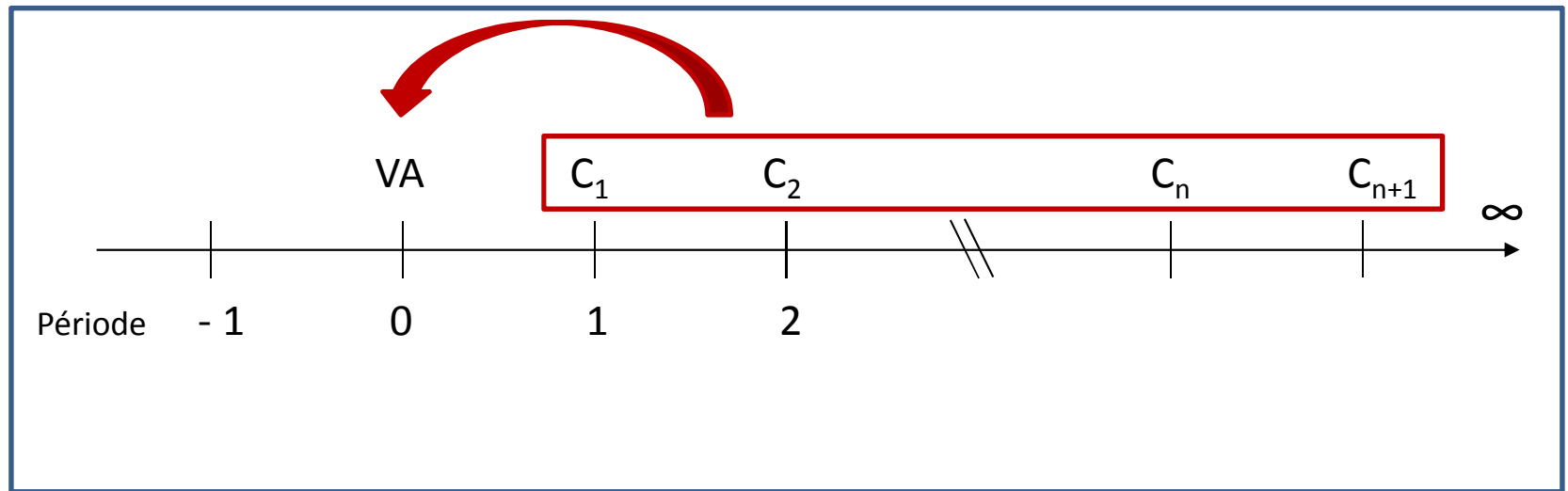
- **La Valeur actualisée d'une annuité – l'équation fondamentale**

$$VA = \frac{C}{r - g} \left[1 - \frac{(1 + g)^t}{(1 + r)^t} \right]$$

- Équation 6.7 p145 du livre

Annuités

- La Valeur actualisée d'une annuité – Le positionnement des flux dans le temps



Annuités

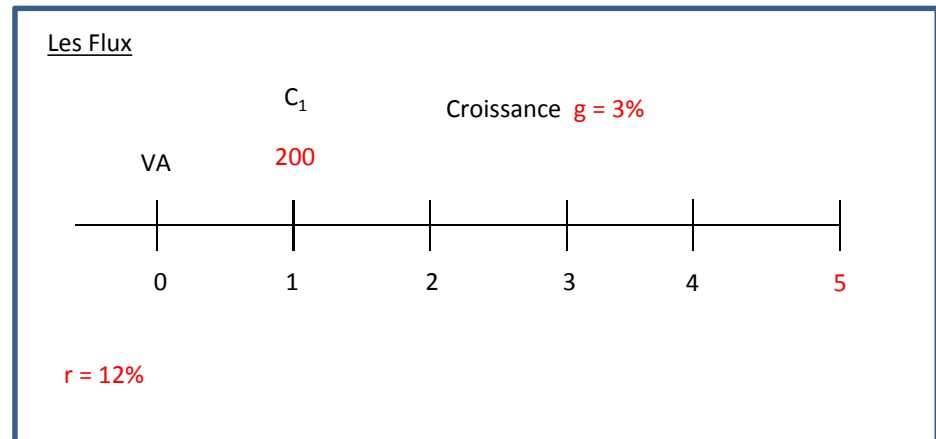
- Les annuités – Le positionnement dans le temps, en mot:
- En utilisant la formule de valeur actualisée de l'annuité (VA), vous trouverez un montant (solde) toujours « une période avant le premier des versements de l'annuité ».
 - C_1 est le premier versement de l'annuité
 - « t » correspond au nombre de versement de l'annuité
 - **Dis autrement** : Cette formule de VA permet d'actualiser (de reculer dans le temps en enlevant les intérêts) une série de versements, une période avant le premier.

Annuités

- **Exemple 1 : Annuité en croissance**
 - Vous désirez ouvrir un nouveau bureau commercial dont les flux nets s'élèveront à 200\$ à la fin de la première année. Vous projetez une croissance de 3% sur 5 ans sous votre gestion et ensuite vous transmettez à d'autres ce projet.
 - La banque vous demande la valeur actualisée des flux monétaires futurs pour évaluer votre crédit.
 - Elle vous suggère d'utiliser un taux de 12% annuel pour refléter votre risque

Annuités

- **Exemple 1: Solution**
- $C=200\$$
- $g=3\%$
- $r=12\%$
- $t=5$



$$VA = \frac{200}{0.12 - 0.03} \left[1 - \frac{(1 + 0.03)^5}{(1 + 0.12)^5} \right] = 760.43\$$$

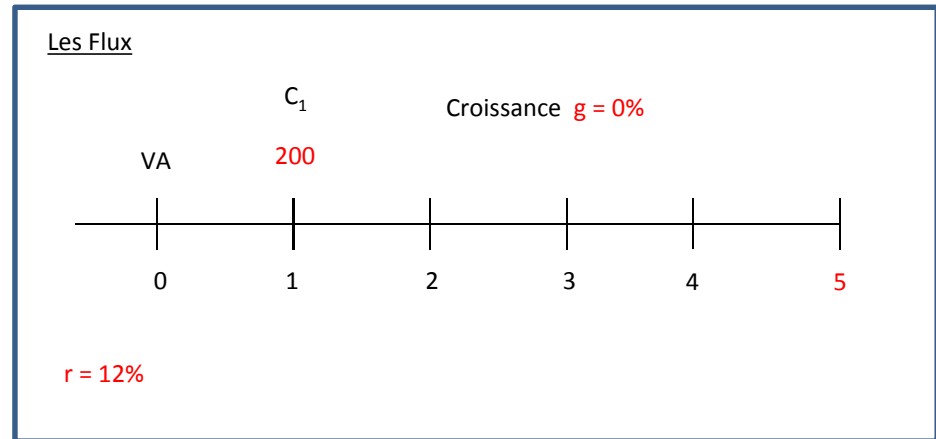
Annuités

- **Exemple 2 : Annuité sans croissance**

- Vous désirez ouvrir un nouveau bureau commercial dont les flux nets s'élèveront à 200\$ à la fin de la première année. **Pessimiste, vous ne projetez aucune croissance** sur 5 ans sous votre gestion et ensuite vous transmettez à d'autres ce projet.
- La banque vous demande la valeur actualisée de la richesse créée pour évaluer votre crédit.
- Elle vous suggère encore d'utiliser un taux de 12% annuel pour refléter votre risque

Annuités

- **Exemple 2:**
- $C_1=200$
- $g=0\%$
- $r=12\%$
- $t=5$



$$VA = \frac{200}{0.12-0} \left[1 - \frac{(1+0)^5}{(1+0.12)^5} \right] = 720.95\$$$

Annuités

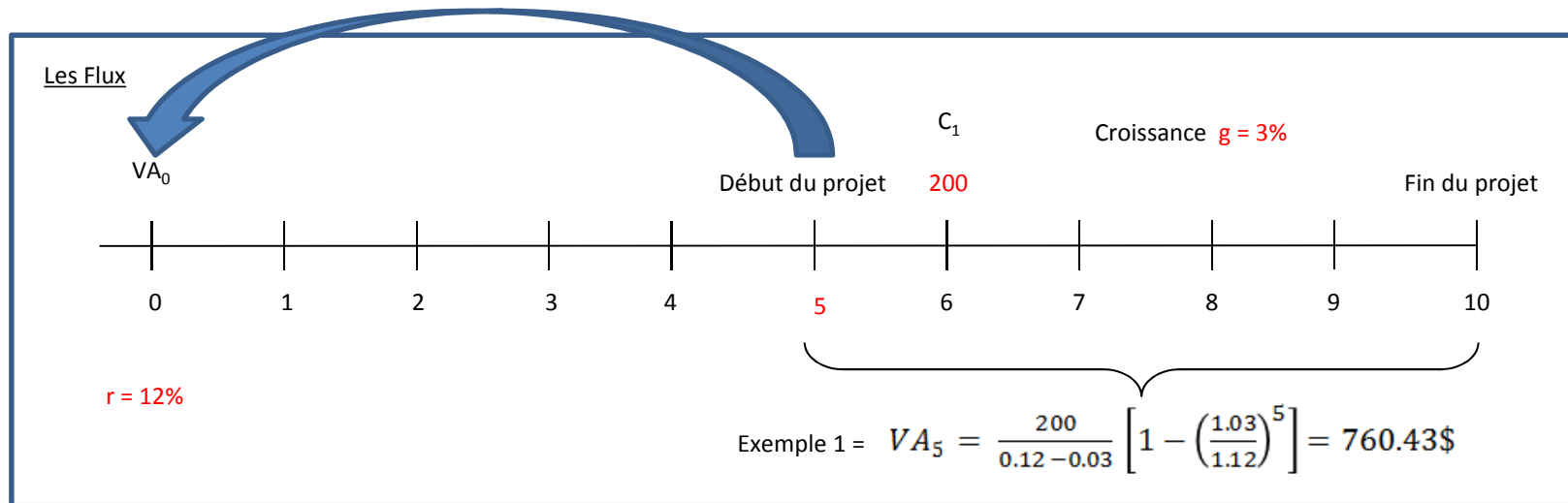
- **Les annuités – remarque:**
- *Avec croissance :*
 - Équation 6.7 p145 du livre
- *Sans croissance soit $g = 0$:*
 - Équation 6.1 p136 du livre

Annuités

- **Exemple 3 : Annuité différée avec croissance**
 - Vous désirez ouvrir un nouveau bureau commercial dans 5 ans.
 - Les flux nets s'élèveront à 200\$ à la fin de la première année. Vous projetez une croissance de 3% sur 5 ans sous votre gestion et ensuite vous transmettez à d'autres ce projet.
 - La banque vous demande la valeur actualisée de la richesse créée pour évaluer votre crédit.
 - Elle vous suggère encore d'utiliser un taux de 12% annuel pour refléter votre risque

Annuités

• Exemple 3 – Solution :



- VA à t_5 avec $C_1 = 200\$$ à t_6
- $g = 3\%$
- $r = 12\%$
- $t = 5$

Reprise de l'exemple 1:

La VA_5 de 760.43\$ est en dollars de l'année 5

On veut la VA aujourd'hui à t_0

Il suffit d'actualisé ce flux de 5 années :

$$VA_0 = 760.43 (1.12)^{-5} = \mathbf{431.48\$}$$

Annuités

- **Exemple 4 : Annuité perpétuelle (ou perpétuité) en croissance**
 - Vous désirez ouvrir un nouveau bureau commercial dont les flux nets s'élèveront à 200\$ à la fin de la première année.
 - Vous projetez une croissance de 3% sur 5 ans sous votre gestion et vous prévoyez d'exploiter ce bureau sans fin, à perpétuité.
 - La banque vous demande la valeur actualisée de la richesse créée pour évaluer votre crédit.
 - Elle vous suggère encore d'utiliser un taux de 12% annuel pour refléter votre risque

Annuités

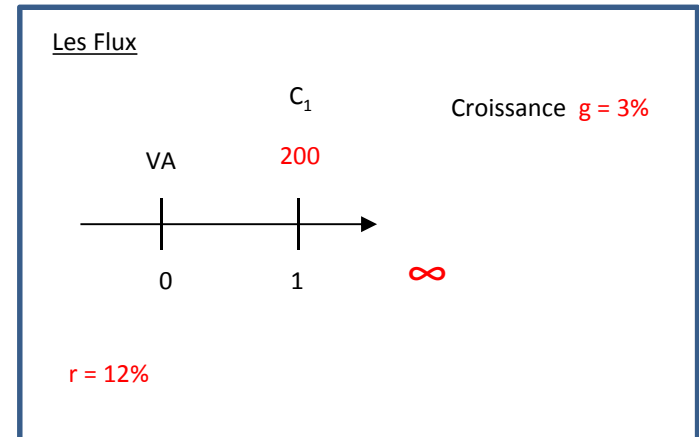
- **Exemple 4-Solution**

- $C_1 = 200\$$

- $g = 3\%$

- $r = 12\%$

- $VA = 200 / (0.12 - 0.03) = 2222.22\$$



Annuités

- **Remarque : Annuité perpétuelle (ou perpétuité) en croissance**
 - Pourquoi une perpétuité?
 - En évaluation de projet ou d'entreprise, l'estimation des paramètres futurs utilisés pour les calculs demande beaucoup d'expertise et de paramètres eux-mêmes issus de modèle d'estimation. Au-delà de 5 ans, ces prédictions perdent parfois toute leur pertinence.
 - Aussi, pour l'après, on utilisera une formule de perpétuité avec ou sans croissance qui donnera une valeur dite «finale» et qui se veut très conservatrice.
 - Le facteur de croissance peut être identique à l'inflation anticipée, par exemple.
 - Cette valeur finale peut également être l'estimation d'une valeur de revente du projet ou de continuité d'exploitation d'une entreprise
 - Sur une même logique, la perpétuité peut également être un estimateur rapide de projet à t_0

Annuités

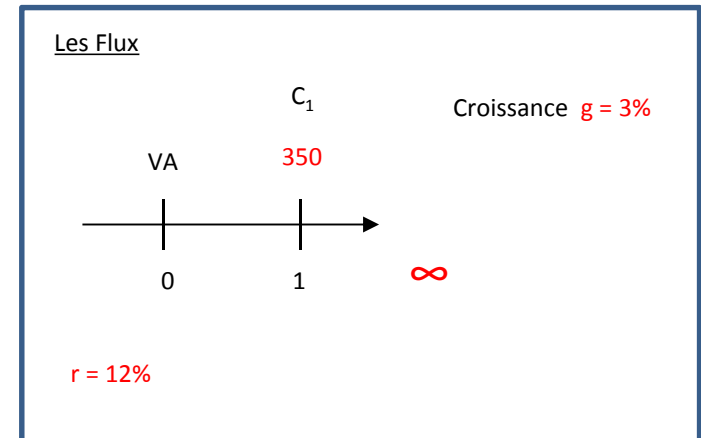
- **Exemple 5 : Annuité perpétuelle**

- Vous déjeunez avec votre banquier pour lui présenter votre idée d'ouvrir un nouveau bureau commercial dont vous pensez qu'il pourrait produire 350 000\$ à la fin de la première année.
 - La cible de contrôle de l'inflation de la Banque Fédérale est de 3% (cela aurait pu être la croissance de cette industrie!)
- Vous pensez que pour être rentable, l'investissement ne devrait pas dépasser 80% de la valeur actualisée des flux futurs.
- Vous voudriez réaliser un rendement de 12% sur votre investissement
- Quelle fourchette de valeur d'emprunt pourriez-vous lui présenter rapidement entre le désert et le digestif?

Annuités

- **Exemple 5-Solution**

- $C_1 = 350000\$$
- $g = 3\%$
- $r = 12\%$
- $t = \text{infini}$
- L'estimation de la VA des flux:
 - Avec croissance: $VA = 350000 / (0.12 - 0.03) = 3.9 \text{ M\$}$
 - Sans croissance: $VA = 350000 / 0.12 = 2.9 \text{ M\$}$
- Votre demande de fonds (80% de la VA):
entre 2.32 et 3.12 M\$



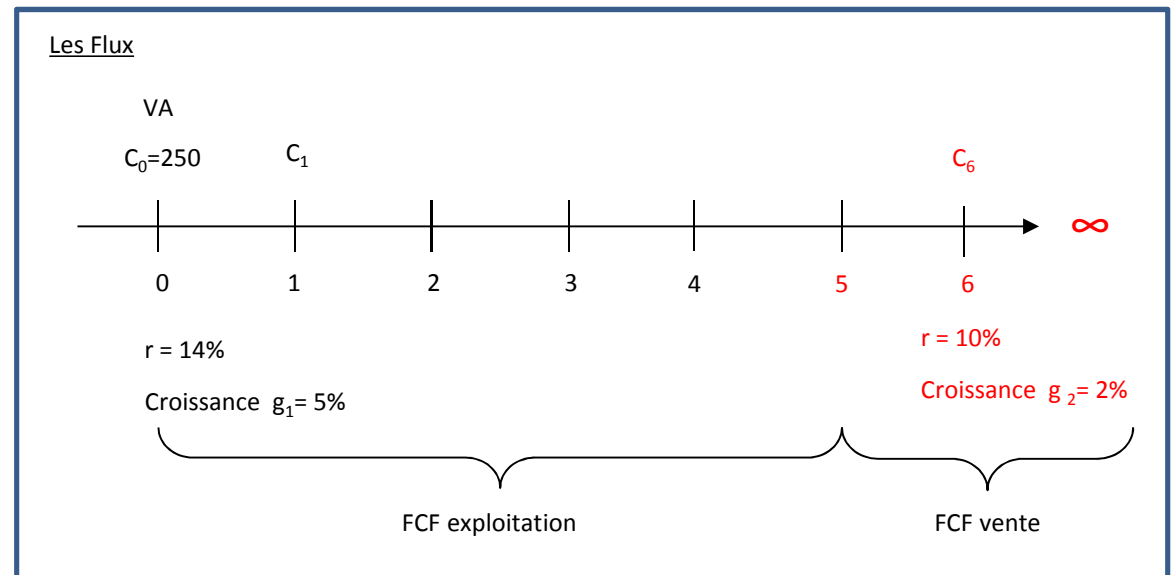
Annuités

- **Exemple 6 : Annuité et perpétuité**
 - Vous voulez acheter la pharmacie au coin de la rue
 - Vous savez que son dernier résultat lui a permis de dégager un flux net de 250 000\$.
 - Vous estimez que la croissance des 5 prochaines années sera de 5%, puis 2% au-delà.
 - Vous exigez un taux de 14% sur votre investissement et votre gestion, mais vous serez prêt à accepter un taux de 10% sur les flux de la vente dans 5 ans.
 - Quel serait le prix cible que vous seriez prêt à payer?
- **1^{er} Concept financier d'évaluation depuis 1938:**
 - « La valeur d'un actif financier est égale à la valeur actualisée des flux monétaires futures qu'il génère »

Annuités

- **Exemple 6 – Solution :**

- $C_0 = 250\$$ car le dernier Flux connu $\rightarrow C_1$ sera donc C_0 avec une croissance de 5% $\rightarrow C_1 = C_0 (1+g_1) = 250\,000 \times 1.05 = 262\,500\$$
- $g_1 = 5\%$, puis $g_2 = 2\%$
- $r_1 = 14\%$, puis $r_2 = 10\%$
- $t_1 = 5$, puis revente



Annuités

- **Exemple 6: Solution**

1) On commence par calculer la VA des flux au cours des 5 premières années:

$$VA_{exploitation} = \frac{262\,500}{0.14 - 0.05} \left[1 - \frac{(1+0.05)^5}{(1+0.14)^5} \right] = 983\,323\$$$

Annuités

- **Exemple 6 – solution:**

2) On calcule la VA des flux de la vente VA_{vf0}

- Utilisation de la perpétuité en croissance à t_5
- Calcul de $C_6 \rightarrow$ Égale à C_0 avec 5 années de croissance à 5%, puis une année de croissance à 2%:

$$C_6 = 250\,000 \times 1.05^5 \times 1.02 = 250\,000 \times 1.3018$$

$$C_6 = 325\,452\$$$

- Calcul de la valeur finale VA_5 : $VA_5 = \frac{325\,451}{0.10 - 0.02} = 4\,068\,147\$$

- Calcul de la valeur finale ramenée à t_0 :

$$VA_{vf0} = VA_{vf5} \times (1+r)^{-t} = 4\,068\,147 \times 1.14^{-5} = 2\,112\,868\$$$

Annuités

- **Exemple 6 – solution:**

3) – Quel serait le prix cible que vous seriez prêt à payer?

$$VA_0 = VA_{\text{exploitation}} + VA_{\text{vf0}}$$

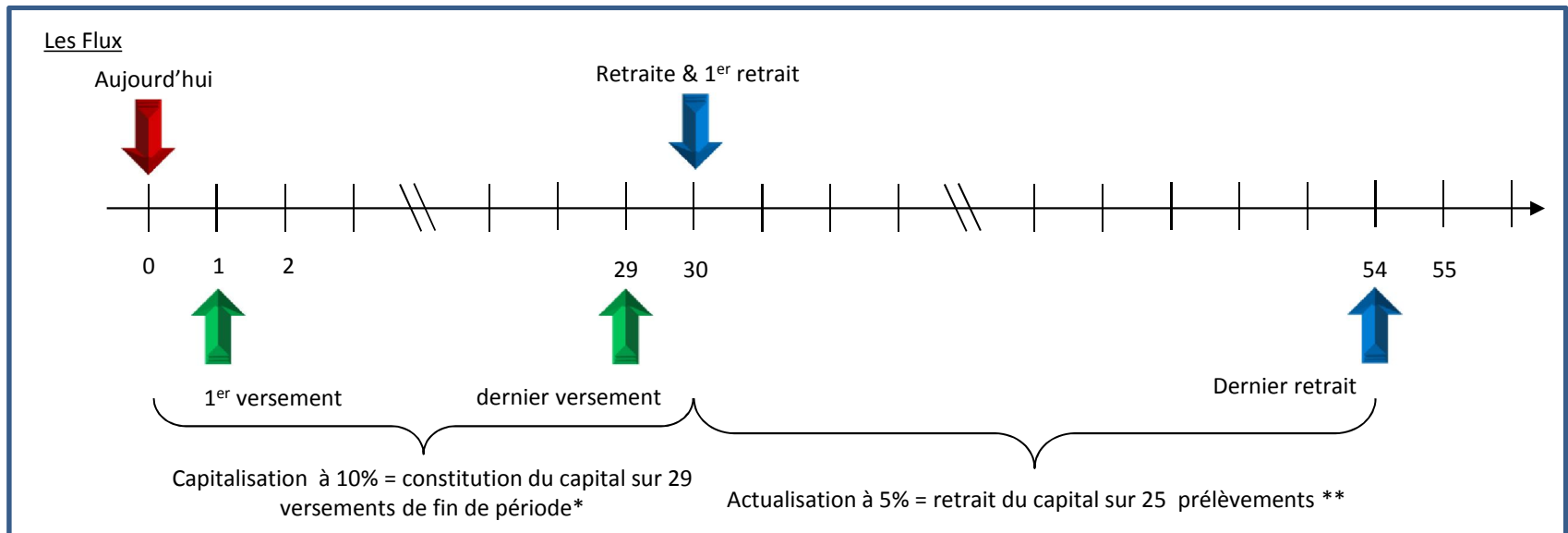
$$VA_0 = 983\,323 + 2\,112\,868 = 3\,096\,191\$$$

Annuités

- **Exemple 7 : capitalisation d'annuités sans croissance (plus complexe)**
- Vous désirez recevoir 150 000\$ par an pendant 25 ans dès le premier jour de votre future retraite dans 30 ans aujourd'hui. Vous effectuerez 29 versements annuels.
- Si vous pensez capitaliser votre épargne à un taux de 10% jusque-là et ensuite choisir un placement moins risqué à 5%, combien devez-vous mettre de côté à la fin de chaque année pour réaliser ce projet?

Annuités

- Exemple 7 – Solution :



- Le taux d'actualisation de 10% s'applique sur les années 1 à 29 et le taux de 5% s'applique à partir de l'année 30.
- ** Le premier retrait a lieu le 1^{er} jour de la retraite car vos revenus traditionnels disparaissent ce jours là. Donc, le capital nécessaire à t_{30} sera égale au 1^{er} retrait + la Va des 24 suivant.

Annuités

- **Exemple 7 – solution :** À partir de la formule principale d'annuité en croissance, (ici $g=0$)
- à t_{30} , la capitalisation des versements égale l'actualisation des prélèvements:

$$VC [VA_{29 \text{ vers}}] = VA_{30 \text{ Pré}} \text{ à } t_{30}$$

=

$$\text{Paiements} = 14\,223\$$$

Les 30 versements annuels égaux seront égaux à 14223 \$
(voir fichier Word pour une solution détaillée)

Annuités

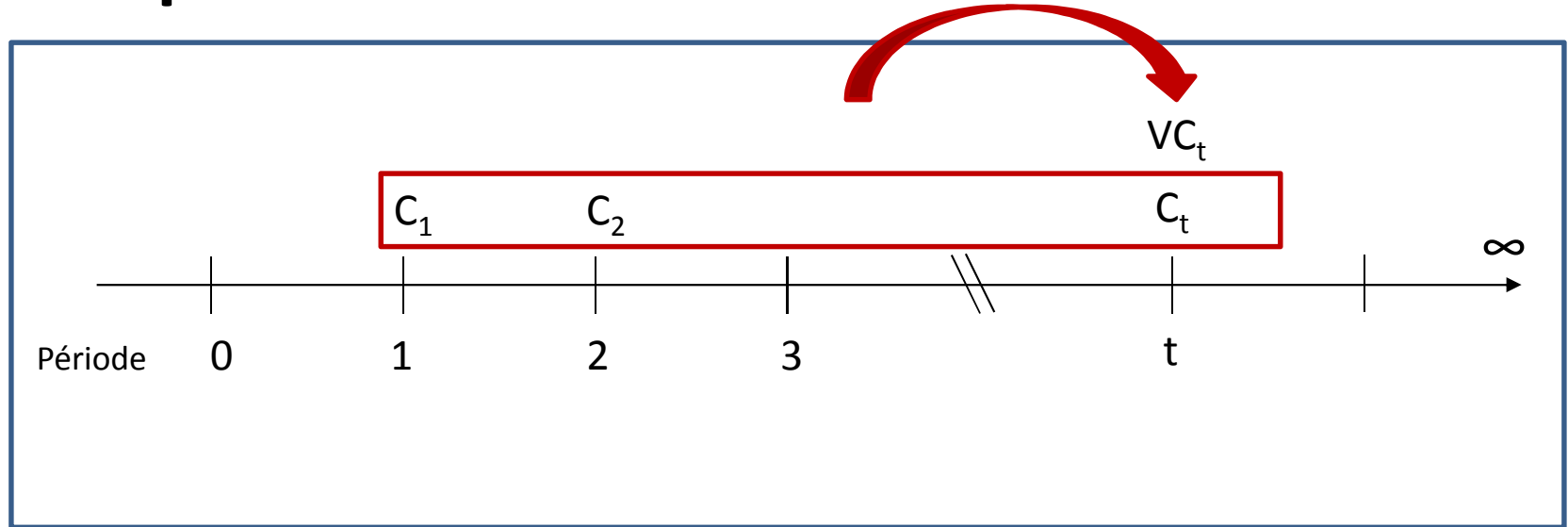
- **Capitalisation d'annuité– remarque :**
- Le livre et les mathématiques financières vous proposent une formule de capitalisation d'annuité. Maintenant que je vous ai montré que l'on pouvait tout faire avec des actualisations d'annuité et de simple capitalisation, cette nouvelle formule peut vous faire gagner du temps

$$VC = \frac{C}{r} [(1+r)^t - 1]$$

- **Remarque :** la formule avance la série de versement à la même date que le dernier versement

Annuités

- La Valeur capitalisée d'une annuité de fin de période – Le positionnement des flux dans le temps



Annuités

- **Remarques à propos des annuités :**
- **Formule d'annuité en croissance :**
 - La formule ne fonctionne pas si le taux de croissance est supérieur au taux exigé en *contexte de perpétuité*.
 - Il faut donc $r > g$
- **Appariements de la durée**
 - Le taux doit être de même durée que la fréquence des paiements ou de capitalisation des intérêts
 - exemples
 - Paiements annuels → taux annuel
 - Paiements hebdomadaire → taux hebdomadaire